

MATRICI

Cominciamo a studiare la *Logica delle proposizioni*, detta anche *Teoria della deduzione*.

La Logica delle proposizioni contiene soltanto funzioni nelle quali tutte le variabili sono proposizionali: essa è la parte basilare della Logica.

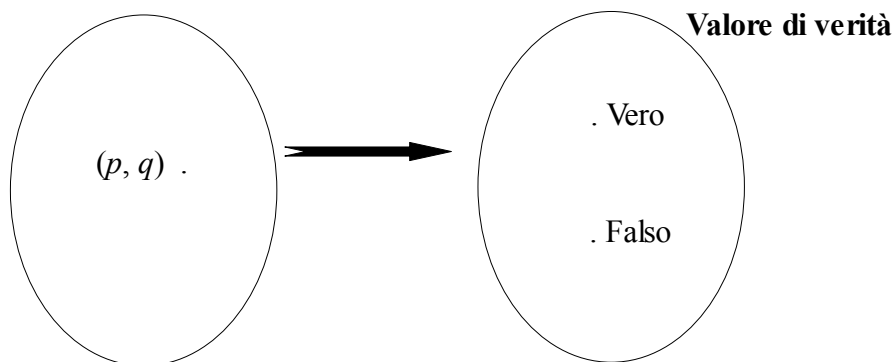
Facciamo astrazione dalla struttura interna delle proposizioni: ovvero esaminiamo soltanto le relazioni logiche esistenti fra proposizioni considerate come un tutto indiviso. Successivamente entreremo nella Logica dei predicati per indagare anche la struttura interna delle proposizioni.

Si chiama *valore di verità* di una proposizione il suo esser vera o falsa.

FUNZIONI PROPOSIZIONALI

(Esempio di funzione proposizionale biargomentale)

Coppie di proposizioni



Per abbreviare, anziché scrivere "vero" o "falso" scriveremo "1" o "0". Inoltre, sempre per brevità di linguaggio, useremo il simbolo " \equiv " al posto di "il valore di verità di ___ è ___"

Es.

1. Dio esiste $\equiv 1$
2. Il valore della proposizione "Dio esiste" è vero
3. Isidoro mangia o Isidoro non mangia $\equiv 1$
4. Per ogni p : p o non p $\equiv 1$

Come abbiamo accennato in altra sede, l'esempio 3 mostra una legge logica sempre vera, comunque si scelga la variabile proposizionale p . Con abuso di linguaggio, sottintendendo che p è legata, vincolata al quantificatore "per ogni", scriveremo anche:

Es. p o non p $\equiv 1$

NEGAZIONE: (funzione monoargomentale)

$non\ p$ (\bar{p} , not p, $\neg p$, $\sim p$)

p	<i>non p</i>
0	1
1	0

Una tabellina come la precedente, la quale indica il valore di verità assunto dalla funzione proposizionale in base al valore di verità assunto dalla variabile, si chiama "matrice" o "tavola della verità" della funzione proposizionale.

Introduciamo ora le matrici¹ delle più comuni funzioni biargomentali:

DISGIUNZIONE:

$p\ o\ q$ (p or q, $p + q$, $p \vee q$ da "vel")

p	q	$p\ o\ q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Come si vede, la disgiunzione è vera solo quando almeno una delle due proposizioni è vera.

CONGIUNZIONE:

$p\ e\ q$ (p and q, $p \cdot q$, $p \wedge q$, p et q)

p	q	$p\ e\ q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La congiunzione di due proposizioni è vera solo quando entrambe le proposizioni stesse sono vere.

¹ Certe matrici erano già in uso nell'antichità; Filone lo Stoico ne propose una completa. Fra i moderni, E. Schröder e C. Peirce sembrano averle adoperate per primi.

IMPLICAZIONE MATERIALE

se p allora q (p implica q, da p segue q, p dunque q, $p \rightarrow q$, $p \Rightarrow q$, $p \supset q$)

E' possibile formalizzare la conseguenza? In realtà il valore di verità di una conseguenza non dipende soltanto dal valore dei suoi argomenti come accade per le altre funzioni ora viste, poiché la conseguenza può intendersi in molti modi, ad esempio può indicare un rapporto di causa – effetto che non può essere univocamente formalizzato, dipendendo dagli enti reali in relazione tra di loro. Ciò che si può sicuramente dire, però, è che la relazione di conseguenza è sicuramente falsa nel caso indicato dalla seguente tabella:

p	q	Se p allora q
0	0	?
0	1	?
1	0	0
1	1	?

Controesempi:

1. se il cane è un vertebrato, è un animale (vera)
2. se il cane è un vertebrato, $2 + 2 = 4$ (falsa)
3. se l'Italia è una federazione, ha un parlamento (vera)
4. se l'Italia è una federazione, $2 + 2 = 4$ (falsa)
5. se l'uomo è un pesce, vive nell'acqua (vera)
6. se l'uomo è un pesce, $2 + 2 = 5$ (falsa)

Dunque, poiché è impossibile formalizzare univocamente la conseguenza, nulla impedisce di introdurre una funzione logica che formalizzi la conseguenza come relazione che non causi l'essere di un ente, ma solo che garantisca l'essere vero di una proposizione sotto la condizione che l'antecedente sia vero. Una tale funzione logica, quindi, chiamata "implicazione materiale", assume valore falso solo quando l'antecedente è vero e il conseguente è falso:

p	q	Se p allora q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Come si vede, se sappiamo che l'implicazione è vera, siamo sicuri che se p è vero, ciò è sufficiente ad affermare la verità di q; se invece p è falso, la verità dell'implicazione non vincola q, che dunque può assumere il valore di verità che "vuole".